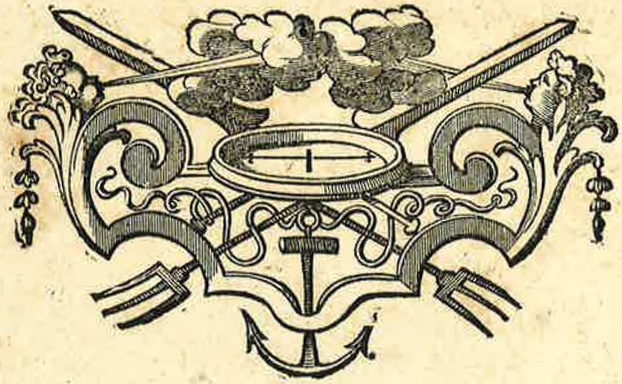
DE LA MEILLEURE MANIERE DE MESURER SUR MER LE CHEMIN D'UN VAISSEAU, INDEPENDEMMENT DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences, proposé pour l'année 1733, selon la fondation faite par feu M. Rouillé de Meslay, ancien Conseiller au Parlement.

Par M. le Marquis Poleni.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXIV.

QUANAM POTIORI RATIONE,
NULLIS HABITIS
STELLARUM
OBSERVATIONIBUS,
NAVIGANTES METIRI QUEANT
ITER A NAVI
CONFECTUM.

Aggrediar, non tam perficiundi ſpe, quàm experiundi voluntate. *M. T. Cic. in Oratore.*

NEMO reperiri facile poterit, qui vel primoribus (ut in proverbio eſt) labris attigerit Navigationis Doctrinam, qui etiam probe non noverit, in Navigationibus ipſis utiliſſimam eſſe itinerum a Navibus confectorum menſuram;

& ad Navigationis Artem perficiendam, eorumdem æſtimandorum certiora artificia plurimum poſſe conferre. Quamobrem bene ac ſapienter ab Illuſtri Præſtantiſſimâque Academiâ propoſitum illud eſt, ut inquiratur; *quanam potiori ratione, nullis habitis ſtellarum obſervationibus, Navigantes metiri queant iter a Navi confectum.* Quæ enim ad id vere accommodata aut invenirentur aut perficerentur artificia, non utilia modo forent, verum etiam temporibus omnibus inſervirent; ſive ubi cælum nubiloſum, ſive interdiu eſſent adhibenda.

Præter vero utilitatem, quæ ad commendationem propoſitæ inveſtigationis plurimum facit, aliæ accedunt duæ cauſæ, ut illiuſmodi propoſitio plane debeat commendari; quarum una eſt rei difficultas, agitur enim de menſura, cujus nullum fixum habetur initium, & cujus terminus in navi eſt, nimirum in vectura a ventis, & a fluctibus agitata, atque obnoxia (ut ita dicam) inſidiis ignotorum fluxuum aquæ marinæ. Cauſa vero altera eſt ſcriptorum de hac re penuria; ſi enim Fournerium, Millietum, paucoſque alios excipias, quotus tandem quiſque reperietur, qui, de navigatione ſcribens, propoſitæ illius menſuræ rationem paullo diligentius attigerit?

Quod ſi etiam forte appareat, pro re ſuapte natura nimium implicata, inveniri non poſſe artificium numeris omnibus præditum atque abſolutum, quo res ipſa omnino explicetur, & perficiatur eadem ratione, qua perfectæ in ſtabili ſolo menſuræ deprehenduntur; tentandum tamen eſt conandumque, ut eorum, quæ habentur, artificiorum natura probe noſcatur; ut ſeligantur eorumdem utiliores uſus, miſſi vero fiant minus utiles; ut aptioribus illis accedant ea nova artificia, quæ adjici utiliter poſſe videantur. Quibus omnibus in rebus (nî peſſime fallor) non ita quidem ſpeculationibus eſt indulgendum, ut in primis non attendatur quid in uſu difficili, exercitationeque in curſu navium habenda, futurum ſit optimæ frugis. Hæc itaque reſpiciam in Diſſertatione hac, quam dividam in partes omnino treis: ac primum de Machinis nonnullis, aquæ curſu aut venti vi agitatis, ad itineris

Navi confecti mensuram investigandam inventis, verba faciam: deinde de natura directionis cursus navium ita edisseram, ut plane aperiam quid mihi videatur illiusmodi cognitio ad finem propositum facere posse: demum quæ tutiora artificia existimem, quid iisdem adjiciendum opiner, demonstrabo.

PARS PRIMA.

De Machinis nonnullis, aquæ cursu, aut venti vi agitatis, quibus itineris Navi confecti mensura investigatur.

§. I.

Credibile est, Antiquos non caruisse peculiari aliquo artificio ad æstimanda seu demetienda Navium itinera.

PLures Historiæ sunt, quæ nobis plane commonstrent, nonnullos ex Antiquis in Oceano navigasse, præsertim vero Ægyptios, Tyriosque per Erythræum Mare cum Indis commercium exercentes: neque minus Phœnices, qui longiores in Oceano cursus tenuere, teste Herodoto Lib. IV. Melpom. Plinius vero (Hist. Nat. Lib. II. Cap. 67.) plura tradit de iis, qui Oceanum navigarunt. *Hanno* (scribit inter cetera) *Carthaginis potentiâ florente, circumvectus a Gadibus ad finem Arabiæ, navigationem eam prodidit scripto: sicut ad extera Europæ noscenda missus eodem tempore Himilco.* Et Strabo (Lib. II.) *Alexandrinorum Mercatorum classis per Nilum jam navigans & Arabicum sinum usque ad Indiam, multo ista nobis, quàm olim fuerant, notiora reddidit.* Porro credibile minime est, hujuscemodi navigationibus Antiquos sese commisisse, nec tamen necessaria habuisse præsidia ad dirigendos quò vellent navium cursus; & ad proxime dignoscendas Maris partes, in quibus versarentur, cum in alto essent: prope enim littora eos non semper navigavisse suadent

tum trajectiones Mediterranei maris & sinuum Oceani, tum necessitas ipsa orta ex tempestatibus atque procellis. Quod si utilissimo pixidis nauticæ præsidio carebant, cujus inventum posterioribus temporibus reservabatur; quis dubitet, illos solis stellarumque observationes, æstimationesque confectorum itinerum adhibuisse, atque ad æstimanda metiendaque itinera ipsa peculiaribus aliquibus artificiis usos esse? Namque talia sunt hujusmodi præsidia, ut eorum necessitas quasi sponte sua Navigantibus illis in mentem venire debuerit. Sed tamen quænam artificia, ut satis illi facerent necessitati, Antiqui invenerint, haud satis constat; nihil enim eorum ad nos, præter pauca & dubia a Vitruvio indicata, pervenit.

§. I I.

Antiqui artem aliquam tradiderant, ad iter, quod navi peractum esset, dimetiendum: sed tamen non liquet, eam fuisse, quam in æstimandis Navium itineribus maxime adhiberent.

VItruvius (Lib. X. Cap. 14.) habet hæc: *transferatur nunc cogitatus scripturæ ad rationem non inutilem, sed summa solertia a majoribus traditam: qua in via rheda sedentes, vel mari navigantes, scire possimus quot milliaria numero itineris fecerimus.* Deinde artificium explicat, quod in rhedæ motu, *milliariorum itineris numerum indicaret.* Tum vero addit, illud idem artificium in Navigationibus, paucis rebus commutatis, adhibitum fuisse ad navium itinera definienda. Nimirum per Navis parietum latera trajectum fuisse axem, cujus essent *extra navem prominentia capita in quæ includerentur rotæ, habentes circa frontes affixas pinnas, aquam tangentes;* quæ rotæ, navis motu circumvolutæ, confecta itineris milliaria indicarent.

Si tamen totum illud Vitruvii caput diligentius perpendatur, facile erit intelligere, rationem illam metiendi Navium itinera ita a Vitruvio proponi, ut non ad necessarium præcipuumque navigationis usum ea maxime instituta esse videatur. Idque sane apparet manifestissime præsertim ad

capitis finem, ubi Vitruvius ſubdit: *quæ* artificia, *pacatis & ſine metu temporibus, ad utilitatem & delectationem paranda, quemadmodum debeant fieri peregiſſe videor.* Sed Vitruvius, citato in Libro, *quæ eſſent principia Machinarum ordinata*, non quæ eſſent navigationis principia tradere conſtituerat.

§. III.

Artificium illud Antiquorum a Vitruvio relatum, ob incommoda quibus afficitur, uſui eſſe non poſſet.

IN iis rotarum diametrorum menſuris, quæ in Vitruvii Libris leguntur, mendum aliquod ineſt, quod nemo advertit melius Claudio Perraultio in ſuis, quas Vitruvii Libris ſubjecit, obſervationibus. Qui ibidem etiam notat, incertam eſſe eam navis itineris metiendi rationem; propterea quod rotæ illæ navis lateribus adjectæ, aquarum impulſu in gyrum actæ, velocitate ſua haudquaquam Navis velocitati, ob Machinæ reſiſtentiam proportione reſponderent. Præterea vero animadvertere præſtabit, jubere Vitruvium, *a rotarum pinnis aquam tangi;* hoc eſt (ut puto) leviter eas intra aquam immergi: ſed tamen eas immergi aliqua haud levi parte neceſſe foret; atque inde facile fieret, ut varii eſſent partium aquæ impulſus, pro varia immerſionis cujuſcumque pinnæ altitudine. Quin etiam, ob noſtrarum navium vento actarum agitationem, variaſque inclinationes modo in latus unum modo in alterum, rotarum gyri prorſus inæquales redderentur. Accederet inſuper, ſi pinnæ ſatis magnæ eſſent ſatiſque immerſæ, aliqua Navis retardatio: hæcque multo major, ſi *conſtruerentur duæ naviculæ aliquibus tantum pedibus ab invicem ſejunctæ, quæ rotam alatam hinc inde ſuſtentarent;* quod machinamentum proponit P. Cl. Franc. Millietus, in ſuo *de Navigatione* Libro ſexto, & tamen continuò ejus uſum provide refellit. Quæ cum ita ſint, neque hujuſmodi artificium ab incommodis ſuapte natura ei obſtantibus liberari queat, facile liquet id mitti oportere.

§. IV.

De primo artificio, quo ex observatâ venti vi indagatur confecti a navi itineris mensura.

CUm ventorum impetus navium plerumque motor præcipuus habeatur, non defuere qui artificia quærerent apta ad illius vires commonstrandas, ut de navium itineribus (tamquam de virium illarum effectibus) ex earumdem intensione varia judicarent. Crescentius (in Libro cui titulum fecit *Nautica Mediterranea* Lib. 2. Cap. 9.) ceu a se inventum ad vires venti æstimandas, artificium profert: de quo nonnulla habent etiam Ath. Kircherus *de Magnete* Lib. 2. Part. 6. & Georg. Fournerius *in Hydrographia* Lib. 17. Cap. 3. Angli quoque quid simile usurparunt; hi tamen ventum, ceu æquabilem, considerare tali in observatione feruntur. Sed præstabit rem desumere ex Cl. Franc. Millieti Libro sexto *de Navigatione*, qui videtur in hac re paullo diligentius esse versatus. Capsulam ille fieri vellet, ut ex Figura satis apparet, (Fig. I.) cui impositi essent duo Axes ad perpendiculum erecti, capitulis suis supra summam capsulæ partem existentes, & circum horum alterutrum circumvolvi filum tenax sed prorsus flexile. Porro alterius vacui axis *A* capitulo inseri vellet *rotam horizontalem* C, *cujus diameter esset unius aut alterius pedis, quæ ex ferri albi laminis componi posset; hujusque artificium in eo positum esset, quod convexo-concavis alis* (ut B) *constaret, in eamdem partem obversis; ex quo fieret, ut ventus majores haberet vires ex ea parte, qua in concavitates incurreret.* Sic, vento rotam circumagente, si semel definitum sit experientia quantum fili circa vacuum axem glomeretur interim dum navis unum (causa exempli) milliare cucurrerit, totumque filum sit internodiis distinctum in partes glomerato illi æquales: deinde numerando internodia fili, aliquo spatio itineris glomerati, judicium ferri poterit de numero milliariorum confecti itineris. Rota autem *C*,

tem *C*, ubi ob conglomeratum filum opus ſit, ex uno in aliud capitulum transferri poterit.

§. V.

Primum illud artificium, quod utitur vento, vix ulli uſui eſſe poteſt.

REcte quidem animadvertit idem ille Cl. Franc. Millietus, in modo explicati artificii uſu, id maximo incommodo eſſe poſſe, quod filum ſupra ſemetipſum conglomeratum, & (ut dicam) coacervatum, eo modo augeat axis diametrum, ut paribus circumvolutionibus rotæ a vento agitatæ haudquaquam reſpondeant pares fili circumvolutiones : quod incommodum (præter cetera infra exponenda) fere inutile illiuſmodi artificium facile reddit.

§. VI.

De alio artificio ad navis iter, ope explorationis virium venti, dimetiendum.

CUm vitium artificii primi, ſuperiore articulo expoſitum, animadvertiſſet P. Millietus, machinam aliam inde propoſuit ex quatuor aut quinque axibus compoſitam, quorum primo rota imponeretur ejuſmodi, qualis rota *C* ſupra deſcripta eſt. Sit autem ea rota (Fig. 2.) *A* : & ejus axi *B* inſeratur parva trochlea *C*, *cujus funis circa aliam majorem trochleam* D *circumvolvatur: proportio autem majorum & minorum trochlearum ſit talis, ut major ſit decupla minoris. Sic enim tribus majoribus trochleis* D, G, K, *conſtitutis, ultima* K *ſemel tantum circulabit, cum rota alata* A *mille circulationes peraget*, quæ ab indice *P* commonſtrabuntur. Ita putat proclive eſſe intelligere, ex itinere uno aliove noto, & ex circumvolutionibus eidem illi convenientibus, itinerum quoque aliorum menſuras ex circumvolutionum numero poſſe æſtimari.

§. VII.

Quid ſuperioris hujuſce, tum etiam primi artificii utilitati ſummo impedimento ſit, exponitur.

UT brevior ſim, nihil quidpiam dicam de reſiſtentiis (ſeu frictionibus, ut appellant) partium Machinarum, quæ viribus venti non reſponderent. At quod ſequitur notabo diligenter: nimirum, ſive urgeat ventus rectà ſecundùm itineris directionem *(Vent Arriere)* ſive aliquantillum inclinetur ad latus, optimeque in vela omnia impingat *(Vent de Quartier)* ſive magis tranſverſus ventus ſit *(Vent à la Bouline)* ſemper tamen itineris a navi confecti judicium; quod habebitur ex duabus illis machinis, non itineri ipſi, ſed vi, atque actioni venti proportione reſpondebit. Nam navis velocitates, ut ut ex eadem venti vi ortæ admodum different inter ſe pro varia trium illorum ventorum ad navim directione: quamobrem ex vi venti, ab illis machinis commonſtrata, haudquaquam veræ itinerum indicabuntur menſuræ: quæ non ex ſolo venti impetu, ſed magnam partem ex venti etiam directione eſſent computandæ.

§. VIII.

De conſtructione Machinæ, cujus ope vires venti accuratius æſtimari queant.

FIat, diametro (Fig. 3.) *OI* pedum duorum cum dimidio (aut circiter) ſemiannulus ferreus *ILO*, ſatis craſſus; & qui tribus robuſtis ferreis pedibus *Xu*, *Zc*, *Yr*, (qui etiam cochleis firmari poſſent in *c*, *r*, *u*) ſuſtineatur, fulciaturque. Poſticus autem pes *Xu* ita inflexus ad poſteriores partes intelligatur, ut Tabellæ, paulo infra deſcribendæ, motui obſiſtere nequeat. Secundùm vero ipſius ſemiannuli diametrum poſita ſit virga ferrea *mn* innixa prope ſuas extremitates (quæ duo veluti cardines ſunt) intra duas crenas in ſuperiore ſemiannuli parte inciſas; ut intra haſce liberrime converti

possit, non secus ac staterae axis. Cum virga autem hac, ope quatuor laminarum, quales *t, t*, firmiter copulata & conjuncta sit metallica Tabella *QHMN*, cujus facies quadratae figurae sint, latus autem quadrati duos pedes adaequet. Porro Tabella haec, cum a sola sua gravitate urgebitur, ad Finitorem perpendicularis semper erit: at, si a vi venti impelletur varie, varie etiam inclinabitur, & quasi rotabitur circa virgae ferreae cardines.

Ex medio autem *D* ipsius virgae ferreae *mn* assurgat index metallicus *DF*, cujus indicis margo in rectam lineam *DF* desinat; haecque linea ita directa sit, ut, si produceretur usque in *g*, transiret per mediam crassitiem, & per centrum *C* gravitatis Tabellae *QHMN*. Supra vero semiannulum ipsum existat semicirculus *BGAFP*, in cujus faciem sint gradus incisi, haecque facies sit ad Finitorem perpendicularis, atque positione sua ac centro in *D* ita constituta, ut gradus inclinationis Tabellae ab indice *DF* hac in facie commonstrentur. Nova autem haec Machina ut usui esse possit ad navis iter aestimandum, dicetur infra in §. XI.

§. IX.

Descriptae in superiore Articulo Machinae usus demonstratur.

SUper extimam puppis partem, ubi ventus liber omnino sit, Machina collocetur. Observatione autem Petali (ut nonnulli appellant) sive parvi vexilli instructi volubili levique ferrea bractea potius quam re quapiam ex telarum genere, sive inspectione rerum in navi vento agitatarum, sive quovis modo alio perfacile erit, Machinam ita in ventum obvertere, ut ventus rectà in Tabellam ipsam *QHMN* incurrat.

Itaque Tabella urgebitur a vento, & inclinabitur; quare index *DF* indicabit angulum *ADF* inclinationis a linea perpendiculari *AD*; quae usque ad *s* producta sit. Ponendo autem (ut usuvenit) venti directionem esse ad Finitorem quasi parallelam; si fingamus a vi aliqua *R* ope funiculi *EC*

applicata ad Tabellæ centrum gravitatis *C* detineri Tabellam in eadem positione, in qua etiam a vento detineretur; erit Vis, hoc est Pondus Tabellæ, quod dicatur *K*, ad Vim *R*, ut Sinus Anguli *FCE* (= Sinui Anguli *FDP* = Sinui complementi anguli *ADF*) ad Sinum Anguli *FCG* (= angulo *ADF*).

Sed, cum quæratur vis venti impingentis in vela, ponantur autem hæc tum constantis magnitudinis, tum perpendicularia ad Finitorem; quærenda nunc est vis, quam ventus exereret in Tabellam ad perpendiculum constitutam. Quoniam igitur, ubi Tabella inclinata est sub angulo *ADF*, ventus in eam oblique impingit, & obliquitatis mensura est angulus *FDP*, iccirco erit Vis venti absoluta (qua ageret in Tabellam perpendicularem) ad Vim respectivam (qua aget in Tabellam inclinatam) ut Sinus totus ad Sinum anguli *FDP*. Præterea quia (ductis, ab extremis punctis *a* & *g*, lineis *gs* normali ad *As*, & *ae* perpendiculari ad *gs*) mensura altitudinis Tabellæ inclinatæ sumi debet juxta perpendicularem *ae*; erit mensura Tabellæ perpendicularis ad mensuram Tabellæ inclinatæ ut *ag* ad *ae*. Et, si *ag* sumatur pro Sinu toto, ut Sinus totus ad Sinum anguli *age* = angulo *FDP*. Igitur Vis venti in Tabellam juxta perpendiculum constitutam ad Vim venti in Tabellam obliquam impingentis, erit in ratione compositâ ex ratione Sinus totius ad Sinum anguli *FDP*, & iterum ex ratione Sinus totius ad Sinum anguli *FDP*: hoc est ut quadratum Sinus totius ad quadratum Sinus anguli *FDP*.

§. X.

Tabulam construere, quæ pro singulis Quadrantis Gradibus ostendat Vim venti respectivam, ac Vim venti absolutam, ac veram.

Vis venti respectiva, qua premitur Tabella inclinata, dicatur *R*.

Vis Tabellæ, seu Pondus ipsius (quod ponatur æquale libris decem) dicatur *K*.

Gradus	Vis Venti Respectiva.	Vis Venti Absoluta ac Vera.
1.	0, 18.	0, 18.
2.	0, 35.	0, 35.
3.	0, 52.	0, 52.
4.	0, 69.	0, 70.
5.	0, 86.	0, 88.
6.	1, 04.	1, 06.
7.	1, 22.	1, 24.
8.	1, 40.	1, 43.
9.	1, 58.	1, 62.
10.	1, 76.	1, 81.
11.	1, 94.	2, 01.
12.	2, 12.	2, 21.
13.	2, 30.	2, 42.
14.	2, 49.	2, 64.
15.	2, 68.	2, 87.
16.	2, 87.	3, 11.
17.	3, 06.	3, 35.
18.	3, 25.	3, 59.
19.	3, 44.	3, 85.
20.	3, 64.	4, 12.
21.	3, 84.	4, 41.
22.	4, 04.	4, 70.
23.	4, 24.	5, 00.
24.	4, 45.	5, 33.
25.	4, 66.	5, 67.
26.	4, 87.	6, 03.
27.	5, 09.	6, 41.
28.	5, 31.	6, 81.
29.	5, 54.	7, 24.
30.	5, 77.	7, 71.
31.	6, 01.	8, 18.
32.	6, 25.	8, 69.
33.	6, 50.	9, 24.
34.	6, 75.	9, 82.
35.	7, 01.	10, 45.
36.	7, 27.	11, 11.
37.	7, 54.	11, 82.
38.	7, 81.	12, 58.
39.	8, 10.	13, 42.
40.	8, 39.	14, 30.
41.	8, 69.	15, 26.
42.	9, 00.	16, 30.
43.	9, 32.	17, 42.
44.	9, 65.	18, 65.
45.	10, 00.	20, 00.

Gradus	Vis Venti Respectiva.	Vis Venti Absoluta ac Vera.
46.	10, 36.	21, 47.
47.	10, 72.	23, 05.
48.	11, 11.	24, 82.
49.	11, 50.	26, 72.
50.	11, 92.	28, 85.
51.	12, 35.	31, 19.
52.	12, 80.	33, 77.
53.	13, 27.	36, 65.
54.	13, 76.	39, 83.
55.	14, 28.	43, 40.
56.	14, 83.	47, 43.
57.	15, 39.	51, 88.
58.	16, 00.	56, 98.
59.	16, 64.	62, 75.
60.	17, 32.	69, 28.
61.	18, 04.	76, 77.
62.	18, 81.	85, 34.
63.	19, 63.	95, 25.
64.	20, 50.	106, 66.
65.	21, 45.	120, 10.
66.	22, 46.	135, 79.
67.	23, 56.	154, 39.
68.	24, 75.	176, 41.
69.	26, 05.	202, 72.
70.	27, 47.	234, 78.
71.	29, 04.	273, 96.
72.	30, 78.	322, 30.
73.	32, 71.	382, 57.
74.	34, 87.	459, 42.
75.	37, 32.	557, 85.
76.	40, 11.	685, 64.
77.	43, 31.	855, 03.
78.	47, 05.	1089, 12.
79.	51, 45.	1413, 46.
80.	56, 71.	1884, 05.
81.	63, 14.	2577, 14.
82.	71, 16.	3687, 05.
83.	81, 44.	5465, 77.
84.	95, 14.	8728, 44.
85.	114, 29.	15038, 16.
86.	143, 00.	29791, 67.
87.	190, 80.	69762, 34.
88.	286, 36.	235104, 80.
89.	572, 98.	1870955, 10.
90.	∞	∞^{∞}

Vis venti abſoluta dicatur V.

Sinus totus dicatur s: Sinus Anguli ADF dicatur b: Sinus Anguli FDP dicatur c.

Per ſuperius declarata erit; $K . R :: c . b$, & $\frac{Kb}{c} = R$.

Præterea $V . R :: s^2 . c^2$, & $\frac{Rs^2}{c^2} = V$, & $\frac{Kbs^2}{bc^3} = V$.

Secundùm autem haſce formulas conſtructa eſt (decimalibus etiam partibus adhibitis) Tabula, quam adjeci. Quoniam vero aſſumpta quantitas K conſtans eſt, illud manifeſtum fit, quod, etiam ſi Tabellæ pondus non eſſet librarum decem, ſed id quod aptiſſimum experimento comperiretur, nihilo tamen minus numerorum ratio optime ſe haberet.

§. XI.

Datis, ope Machinæ & Tabellæ ſuperius deſcriptarum, viribus venti, æſtimare iter a Navi confectum.

QUemadmodum pro aliarum ſimilium machinarum uſu, in primis Auctores ponunt, iteratis ab experimentis conſtare oportere de ratione inter datos nonnullos machinarum motus & itinera motibus iiſdem convenientia: ita ego quoque pono, neceſſe eſſe, haberi ex obſervationibus menſuras variorum itinerum navi confectorum dum vela datis aliquibus poſitionibus eſſent conſtituta, venti autem vires, tempore eodem, ope deſcripti artificii, eſſent exploratæ. Quæ obſervationes atque experimenta perfici facile poſſunt tum in brevioribus itineribus inter ea loca, quorum aliunde cognitæ diſtantiæ ſint: tum in navigationibus prope littora, ubi ex partibus & longitudinibus littorum ipſorum de navis itinere certum judicium ferri poteſt: tum etiam modis aliis, qui, in hujuſcemodi experientiis haud difficilibus, ab occaſionibus variis, atque ab exercitatione ipſa ſuggeruntur. Conſultò autem ſuperius dixi: dum vela datis aliquibus poſitionibus eſſent conſtituta. Namque, cum a propoſito Inſtrumento tum reſpectiva tum abſoluta venti vis tuto indicetur, hæc vero etiam in experimentis conferatur ad datas

velorum positiones; propter id in usu Instrumenti hujusce vitari facile poterunt illi ex varia venti ad navim directione in æstimationes itinerum obrepentes errores, de quibus septimo in articulo dictum est.

Nunc redeundo ad rem : si rationes aliquæ illiusmodi in comperto habeantur, jam quando priorum illarum similes velorum positiones, ventique pares vires occurrent, cognoscetur ex rationibus illis iter confectum : ut enim tempus minoris jam observati itineris ad tempus itineris majoris, ita illud erit itineris spatium ad hoc. Quin etiam quando in circumstantiis hisce aliqua reperietur differentia, judicium proportione fiet; quo aut perfecte attingetur veritas, aut ad ipsam proxime admodum accedetur. Ceterum vero, pro hujusmodi re, diligentia in observationibus, solertia in comparationibus, & in æstimationibus prudentia opus sane est; quæ ubi non desint (in peritis autem Naucleris deesse minime solent) a proposita Machina utiles quidem cognitiones afferri poterunt.

Porro, adhibitis primis illis machinis, principio commemoratis, itinerum æstimationes, quæ fiunt, duplici errore implicari queunt; altero a machinarum vitiis proficiscente, altero ab æstimationibus ipsis : qui errores si vel ad augendum, vel ad minuendum conspirent, mirum quantum a vero possint conspiratione illa abducere : & nihilo tamen minus Cl. Franc. Millietus (cujus *de Navigatione libri* inter meliores reputantur) de machinis illis verba faciens, habet hæc : *Quamvis hæ machinæ videantur parvi momenti, assero tamen, maximi esse in navigatione, & satis exactam haberi posse itineris confecti cognitionem.* Itaque (potiori ratione) poterit Machina a nobis proposita, cum tutior certiorque esse videatur, neque in ejus usu errores implicari facile queant, ad quæsitam itinerum navi confectorum mensuram (ut lubet reputare) esse adjumento.

PARS

Pars Secunda.

De natura directionis curſus Navium ; & de hujuſce cognitionis uſu in menſuræ propoſitæ inveſtigatione.

§. XII.

De Tabulis in propoſitum finem conſtruendis.

SI Tabulæ haberi poſſent, in quibus, ad ſingulos gradus, exprimerentur anguli a linea directionis impreſſionis impellentis navim, cum carinæ linea comprehenſi; itidemque anguli a linea viæ navis cum eadem carinæ linea formati: & præterea exhiberentur impreſſiones impellentes navim, & velocitates, quæ datis hiſce reſponderent: Tabulæ hujuſmodi ad propoſitam quæſtionem illuſtrandam juvandamque haud dubie conducerent. Sed ut ut a doctiſſimis Viris multa, eademque egregia, de natura curſus navium litteris mandata fuerint; nihilo tamen minus nonnulla adhuc fortaſſis ſunt inveſtiganda; nec tantum ad aquæ reſiſtentiam, ſed etiam ad nonnulla alia plane neceſſaria principia eſſe reſpiciendum mihi quidem videtur. Quamobrem, in ſubſidium adhibitis gravitatis viribus, pluribus principiis attentis, conabor rem totam exponere, integrâ novâque ratione; ut inde quantum hujuſmodi ſpeculationes ad propoſitum finem facere queant, luculentius aptiuſque ſtatuatur.

§. XIII.

Postulatur, ut liceat (dum agitur de Navium motu) datas vires corporis percussione agentis exprimere adhibitis viribus gravitatis.

NOn sum nescius, vim percussionis appellari infinitam; atque heterogeneas dici vires percussionis ac gravitatis; ideoque negari, inter illas comparationem stricto quodam modo institui posse: sed de re hac non disputo. Illud quæro, ut liceat vis utriusque effectus comparare; & (ubi effectus pares sint) unius actione, actionem alterius exprimere. Si enim (causa exempli) datum corpus ex datâ altitudine demissum ictu suo frangere queat subjectum solidum datæ resistentiæ, majoris non possit; simile autem & par solidum ab alio gravi corpore oneretur usquedum frangatur: quid vetabit, quin vis illa percussionis corporis primi exprimatur vi gravitatis secundi hujusce?

Porro, dum agitur de impressione, quam navis motu suo in aquam exerit, cujus motus effectus integer non habetur (neque enim totus aquæ imprimitur ita, ut in navi extinguatur) agitur de hujusmodi vi; ut de Viva (quemadmodum appellant) Vi quæstio esse non possit: atque ideo certum est, navis impetum esse factum ex materia in velocitatem. Impetus vero, sive impressionis hujuscemodi (quando datur corporis percutientis pondus & ejus velocitas) vires comparatæ cum viribus gravitatis explorari queunt ope bilancis, ut Gul. Jac. s' Gravesande *in Physices Elementis Mathematicis*, Libro primo Editionis primæ, & aliis etiam modis, ut Franciscus Tertius de Lanis *in Magisterio Naturæ & Artis*, Tractatus tertii Libro primo, industrie ingenioseque tentavere. Qua in re etsi quidpiam perficiendum esse videtur; satis tamen vel ex illis tentaminibus apparet, rem ipsam non ejusmodi esse, ut non possit executioni mandari.

§. XIV.

Dato corporis alicujus impetu, huic vim gravitatis æquivalentem invenire.

FRanciſcus de Lanis, jam citato in loco, narrat ſe expertum fuiſſe; Globulum, cujus pondus grana 60 æquabat, demiſſum ex altitudine digitorum 36, vim circitèr eamdem habuiſſe ac pondus ſcrupulorum 12 ſolâ ſuâ gravitate contranitens. Ponamus nunc (cauſâ tantùm exempli) hoc experimentum eſſe perfectum illud, quod quærimus: Globulus ille dicatur m, ejus velocitas u; erit ejus impetus mu, qui nominetur a; & Grave ſcrupulorum 12 dicatur g. Quamobrem ſi detur aliud motum corpus, cujus maſſa M, velocitas V, impetus MV; erit $a \,.\, g :: MV \,.\, \frac{gMV}{a}$ = vi gravitatis æquivalentis impetui corporis M velocitate V moti. Itaque deinceps pro hujuſcemodi primaria ratione propoſitam hanc adhibebimus a ad g.

§. XV.

Data velocitate aquæ impingentis ad perpendiculum in datam ſuperficiem, invenire vim gravitatis æquivalentem impetui, quo aqua in illam agit ſuperficiem.

NOtiſſimum eſt, velocitates in eadem eſſe ratione cum radicibus quadratis altitudinum vaſorum, quæ plena jugiter ſint, & quorum ex fundis aquæ ipſæ per foramina erumpant. Itaque, ſi experientiâ compertum ſit, ab aqua erumpente ex foramine inſculpto in fundo vaſis jugiter aqua pleni, cujus vaſis altitudo dicatur b, acquiri velocitatem c: deturque alterius aquæ velocitas C; erit $c^2 \,.\, b :: C^2 \,.\, \frac{bC^2}{c^2}$ = altitudini, quæ conveniet alteri illi aquæ pro velocitate ſua C. Rationem autem illam c^2 ad b pro primaria deinceps adhibebimus.

Præterea vero a Mariotto, Viro maxime docto atque industrio, ostensum fuit; aquam effluentem ex fundo vasis (Fig. 4.) *MN* per rotundum foramen *N* (quod dicatur f) impetu suo æquilibrem fieri Ponderi *Q* (quod dicatur p) cujus Ponderis gravitas æqualis sit gravitati cylindri, ex aqua formati; & habentis tum basim æqualem rotundo illi foramini, tum altitudinem parem illi, quæ a centro foraminis ad summum aquæ vasis ejusdem intercedit. Id autem foramen, per quod exit aqua, censendum est æquale superficiei, in quam aqua fluens impetum exerit: & quod de rectis Cylindris hic dicitur, de rectis quoque Prismatis est intelligendum.

Itaque ab experimento cognitæ jam sint habeanturque pro constantibus Cylindri *MN* altitudo b, basis f, velocitas c, & pondus p. Ac proposita sit alia velocitas C aquæ impingentis suo impetu in datam superficiem F; cui velocitati C conveniens altitudo (per jam dicta) erit $\frac{bC^2}{c^2}$.

Cylindrus igitur *MN* erit bf; & Prisma nascens ex data superficie, seu basi F, & ex altitudine $\frac{bC^2}{c^2}$ erit $= \frac{bFC^2}{c^2}$. Atque erit, ut datus ille Cylindrus bf ad suam gravitatem p; ita Prisma $\frac{bFC^2}{c^2}$ ad $\frac{pFC^2}{fc^2}$ = vi gravitatis æquivalenti impetui, quo aqua prædita velocitate C, in illam aget superficiem F. Porro deinceps pro hujuscemodi primaria ratione adhibebimus hanc bf ad p.

§. XVI.

Nonnullæ traduntur definitiones.

SI corpus, cujus data sit massa, assidue eodemque jugiter modo ab agente aliquo impellatur, nec quidpiam ipsius motui obsistat; ejus Velocitas dicetur *Velocitas Absoluta;* & Impetus ejus, *Impetus Absolutus.*

Si vero idem corpus, eâdemque actum impulsione per aquam moveatur, & ob aquæ resistentiam amittat partem

Impetus atque Velocitatis: quod de Velocitate decesserit, dicetur *Velocitas Amissa*; & quod de Impetu decesserit, dicetur *Impetus Amissus*.

Ac residua Velocitas, qua nimirum per aquam corpus idem movebitur, appellabitur *Velocitas Respectiva*; residuus vero Impetus, *Impetus Respectivus*.

§. XVII.

Si datum solidum parallelepipedum (Fig. 5.) BQR, *quod secundùm directionem sui Axis* GE *moveretur dato Impetu Absoluto datâque Velocitate Absolutâ, moveatur directione eâdem per aquam, fingaturque illud in aquam agere solâ basi* LPQN; *oportet, ejusdem Velocitatem Residuam invenire.*

SIt ejusdem massa $= M$, velocitas absoluta $= V$, erit Impetus Absolutus $= MV$; & idem impetus, ope vis gravitatis expressus (per Art. XIV.) $= \frac{gMV}{a}$. Sit ejusdem per aquam moti velocitas residua $= x$, quæ eadem erit ac velocitas aquæ (tanta enim velocitate aqua loco cedet, quanta erit Parallelepipedi velocitas) eritque altitudo LR aquæ conveniens huic velocitati (per Art. XV.) $= \frac{bx^2}{c^2}$. Basis autem $LPQN$, dicatur F; eritque, huic basi, & illi altitudini conveniens, Parallelepipedum QR aqueum $= \frac{bFx^2}{c^2}$; idemque ope vis gravitatis expressum, erit (per Art. XV.) $= \frac{pFx^2}{fc^2}$. Et quantitas eadem hæc exprimet etiam Parallelepipedi BQ Impetum amissum: nam tantus est impetus, qui in eo perit, quantus est impetus aquæ contra eum resistentis. Demum impetus residuus erit Mx; qui ope vis gravitatis expressus erit (per Art. XIV.) $\frac{gMx}{a}$.

Sed impetus amissus, & impetus residuus simul sumpti æquare debent impetum absolutum, ergo $\frac{pFx^2}{fc^2} + \frac{gMx}{a}$

$= \frac{gMV}{a}$: unde habetur $x = - \frac{fc^2 gM}{2apF} + \sqrt{\left|\frac{fc^2 gM}{2apF}\right|^2 + \frac{fc^2 gMV}{apF}}$: & si ponatur $\frac{fc^2 gM}{apF} = A$; erit $x = - \frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} + AV}$ = residuæ Velocitati; hoc est Velocitati illi, qua (positis Problematis conditionibus) Parallelepipedum per aquam moveretur.

§. XVIII.

Si Navis datâ velocitate per aquam moveatur secundùm lineæ positione datæ directionem; invenire oportet directionem & rationem ejus impressionis, a qua particula zonæ navis ejusdem urgetur datâ illâ velocitate, datâque illâ directione.

Ponamus, Navim dimidiam secari infra aquam duobus planis parallelis, quorum superius congruat cum aquæ superficie; eorumque inter se perexigua distantia dicatur e. Itaque plana hæc zonam ex navis superficie abscindent. Sit autem plani superioris cum curva superficie navis sectio (Fig. 6.) CND. Sit in eodem plano carinæ linea AD. Ponamus navim moveri secundùm directionem lineæ GF, quæ perpendicularis sit lineæ AD; ducaturque illi GF infinite (infinite, inquam, eo sensu, qui infra declarabitur) proxima gf, curvæ particula Nn dicatur dt; en parallela ad Gg dicatur dx, & eN dicatur dg.

Sit u velocitas, qua moveatur navis: quamobrem eadem u etiam exprimet illam aquæ velocitatem, cujus causâ aqua motui navis resistet: aqua enim loco cedit eâdem velocitate, qua navis movetur.

Fingatur, Navis particulam edt esse basim Prismatis perexigui formati eâ ex aquâ, quæ vi suæ resistentiæ agit in eamdem Navis particulam edt.

Dicatur I impressio illa, quam aqua exereret contra edt, si ejusdem aquæ præditæ velocitate u, filamenta dirigerentur

ad rectos angulos contra ipsam *edt*. Dicatur autem *i* impressio, quam ope ejusdem velocitatis *u* exercet aqua in eamdem particulam *edt*, dum in hanc impingit oblique, ipsiusque filamenta diriguntur secundùm lineas *FN*, *fn*, Prismatis indicati ab lineis *FN*, *Nn*, *nf*. Erit igitur $I \,.\, i :: dt^2 \,.\, dx^2$; quod sane liquet tum ex iis, quæ a Viris doctissimis jam fuere demonstrata; tum etiam satis apparet ex iis, quæ proposuimus supra, in Art. IX.

Itaque, datâ velocitate *u*, & data Prismatis basi *edt*, erit (per Art. XV.) $I = \frac{pu^2 edt}{fc^2}$ = vi gravitatis æquivalenti impetui, quo aqua prædita velocitate *u* ageret perpendiculariter in *edt*.

Sed $I \,.\, i :: dt^2 \,.\, dx^2$; igitur $dt^2 \,.\, dx^2 :: \frac{pu^2 edt}{fc^2} \,.\, \frac{pu^2 dx^2 edt}{fc^2 dt^2} = \frac{pu^2 edx^2}{fc^2 dt}$ = vi gravitatis æquivalenti impetui, quo aqua oblique agens prædita velocitate *u* revera agit in *edt*. Aget autem (ut fert fluidorum natura) secundùm lineam *LNP* perpendicularem ad ipsam curvæ particulam *Nn*. Atque eadem hæc expressio indicabit quantum impetus ab *edt* amittatur ob resistentiam, quam aqua exerit secundùm lineam *LN*. Sed quoniam $\frac{pu^2 e}{fc^2}$ ex constantibus quantitatibus fit, exhibeatur per $\frac{h}{r}$; & erit $\frac{pu^2 edx^2}{fc^2 dt} = \frac{hdx^2}{rdt}$.

Inventa autem quantitate impetus aquæ conveniente particulæ *edt*, nunc est inquirenda itidem illi conveniens quantitas impetus Navis secundùm directionem *GN*, volocitate *u* motæ. Sed tum ex eo, quod impetus est velocitas ducta in massam, tum ex ante dictis (in Art. XVII.) satis profecto liquet, propositam quantitatem obtineri minime posse, nisi prius statuatur quanta massæ totius navis pars agat & respondeat respectu, ut loquuntur, particulæ *edt*. Quod suâpte naturâ statutu arduum sane est ac perdifficile: atque illud insuper ad magnam illam difficultatem accedit, quod onera navibus imposita, non æque locentur in singulis navium partibus, unde prægravatæ partes aptæ fiunt ad majorem etiam impetum concipiendum.

Detur tamen pondus, five navis onuftæ maffa; ut ponitur dari navis figuram, & dari e, nimirum diftantiam inter duo plana parallela, de quibus fupra dictum eft: quamobrem haud difficili æftimatione dabitur pondus, five maffa, conveniens illi navis parti, quæ inter eadem duo parallela plana comprehenditur: hæc autem maffa dicatur M: & femiambitus CND dicatur n. Tum vero ponatur, Maffam M ad ipfius particulam (hanc appellabimus m) quæ agit & refpondet refpectu particulæ edt, femper eamdem habere rationem, quam habet femiambitus n ad dt: hinc erit $n . dt :: M . \frac{Mdt}{n} = m$.

Nec quidem in re phyfica veritus fum conferre n cum dt; neque enim plene atque perfecte confideravi dt ceu, fecundùm veri infiniti notionem, infinite minorem ipfâ n; fed dumtaxat cenfui, illam dt, cum n comparatam, perparvam perque exiguam effe reputandam; ut latiore quodam modo infinite minor dici poffit: non fecus ac (caufâ exempli) $\frac{1}{100000000000000}$ perexigua magnitudo & perparva eft, fi cum unitate comparetur; comparari tamen optime poteft. Quamvis autem prope proram ambitus navis proportione magis excrefcat, quàm navis capacitas; differentia tamen hæc ex eo compenfatur, quod prora majoribus plerumque ponderibus prægravetur. Uno verbo, in tam obftrufa obfcuraque re, varia etiam pro variis partium navium atque ponderum circumftantiis, determinationem illam fatis probabilem congruamque effe reputavi.

Hinc Impetus refiduus oriens a velocitate u ductâ in maffæ particulam m, erit $mu = \frac{uMdt}{n}$; &, fi exprimetur ope vis gravitatis, erit (per Art. XIV.) $= \frac{guMdt}{an}$. Et quoniam $\frac{guM}{an}$ conftantes funt, exhibeantur per g; unde erit $\frac{guMdt}{an} = gdt$.

Hifce ita conftitutis; ponatur, ab NL repræfentari impreffionem, quam refiftens aqua exerit contra edt fecundùm

directionem

directionem LN. Tum etiam ut est $\frac{hdx^2}{rdt}$ ad gdt, ita fiat NL ad NK; & hæc NK repræsentabit impressionem æqualem illi, quæ, præter amissam ex conflictu cum resistente aqua, remanere debet in particula edt, quæ movetur velocitate u. Compleatur parallelogrammum $NKSL$ (quod Parallelogrammum Motus appellabo) & ducatur Diagonalis NS: quamobrem secundùm hanc NS, quæ fiet impressio (ob regulas compositionis motuum) sola æquivalebit duabus illis impressionibus per NK, & per NL: & NS præstabit illud idem, quod præstare potuissent duæ NK & NL.

Manifestum autem est, ad eum motum producendum, quo prædita esse debet edt, tum requiri impressionem, quæ æquivaleat aquæ resistentiæ, eidemque in directum opponatur (quamobrem impressio hæc destruat illam resistentiam, itaque fiat, quasi nulla resistentia esset;) tum vero præterea requiri impressionem, quæ motum generet secundùm NF velocitate u. Sed impressio repræsentata a diagonali NS utrumque præstabit; ut paulo supra ostensum est. Ergo impressio per diagonalem NS nobis exhibebit eas, directionem rationemque, quas invenire propositum erat.

§. XIX.

Impressionem, superiore in Articulo constitutam, resolvere in duas, perpendicularem unam, alteram parallelam ad Navis carinam: & directionem impressionemque in totam propositam Navis zonam determinare.

Ex puncto N ducatur NH parallela ad AD, producaturque SL, ut concurrat cum NH in H. Et erit triangulum NHL simile triangulo Nen; atque ideo $Nn\,(dt)$. $en\,(dx$ :: ($\frac{hdx^2}{rdt}$) . $LH = \frac{hdx^3}{rdt^2}$). Et $Nn\,(dt)$. $eN\,(dy)$ :: NL ($\frac{hdx^2}{rdt}$) . $NH = \frac{hdx^2dy}{rdt^2}$. Itaque si impressio per NS resolvatur in propositas duas, erit pars illa ad AD perpendicularis $= SH = NK + LH$; & pars altera ad AD

parallela $=NH$. Igitur circa N impressio perpendicularis ad parallelam erit ut $g\,d\,t + \frac{h\,d\,x^3}{r\,d\,t^2}$ ad $\frac{h\,d\,x^2\,d\,y}{r\,d\,t^2}$: & directiones impressionesque laterales, quibus tota zona CND urgebitur secundùm NF velocitate u, erunt hujusmodi : nimirum ad AD perpendicularis erit $\int g\,d\,t + \int \frac{h\,d\,x^3}{r\,d\,t^2}$; & eidem AD parallela erit $\int \frac{h\,d\,x^2\,d\,y}{r\,d\,t^2}$: quæ inquirebantur.

Quod si linea directionis itineris non GF, quam hactenus consideravimus, esset, sed (causa exempli) PN, quæ cum AD angulum NPD comprehenderet; hæc NP resolvenda esset in duas; PG abscissa ex AD; & GN normali ad eamdem AD. Impressio autem per GN resolvenda foret in duas, puta, expressas per NH & SH: tum ex PG & NH una linea formanda, quæ latus unum efficeret Parallelogrammi Motus, & Parallelogrammi ejusdem latus alterum esset SH. Itaque, calculo adhibito, proposita paulo supra formula conformaretur pro angulo LPD. Porro ut ut locutus sim, vel loquar de parte CND; satis tamen intelligi opinor, velle me, semper Formulam conformandam esse ad æquationem curvæ exprimentis figuram integræ zonæ navis, & ad ejusdem zonæ portionem, qualiscumque hæc data sit; & quomodocumque ab impressione vis impellentis non modo urgeatur zonæ CND pars, sed etiam pars non delineatæ zonæ ad aliam plagam axis AD. Manifestissimum enim est, ad utramque partem axis illius semper propagari impressionem, præter eum casum, in quo impressio sit secundùm GF, de qua superiore in Articulo, & in hujus principio verba fecimus. Proposita itaque ea integralia rebus hisce erunt fundamento.

Caute præterea ac diligenter impressiones exprimendæ sunt linearum ope; nimirum ita accipienda est primaria aliqua linea pro primaria aliqua impressione, & ad primarias hasce reliquæ lineæ, & reliquæ impressiones conferendæ; ut jugiter impressiones inter se, lineæque itidem inter se, in eadem proportione esse comperiantur.

Quoniam vero eſt $g = \frac{guM}{an}$, & $\frac{h}{r} = \frac{pu^2 e}{fc^2}$; maniſeſte apparet, fieri neceſſario oportere, ut, ſi navis velocitas (quæ exprimitur littera u) mutetur, etiam ſi res reliquæ mutationem nullam ſubeant, varietur tamen ratio inter duas illas directiones ſecundùm *NH* & *SH*.

Animadvertere etiam præſtabit, differentiam *NE* (dy) exiſtere aliquando poſitivam, aliquando vero negativam, ut *bc*, ubi *bE* perpendicularis ad curvam vergit ad partes contrarias iis, ad quas tendit *NL*: præterea que perpendicularis ad curvam eſſe etiam poteſt perpendicularis ad *AD*. Quæ varietates ex natura curvæ *CND* proficiſcentur: atque, integrationibus conſtitutis, ita determinabuntur, ut compenſentur inter ſeſe; habeaturque directio, quaſi media, qua tota curva, ſeu tota zona moveri debet.

§. XX.

De Navium figura variæ propoſitiones.

NImium ſane difficilis definitu eſt navis figura; ut ut enim perfecte conſtitueretur curva ad aliquam navis ſectionem pertinens; non tamen ideo figura genuina totius navis obtineretur. Si enim pluribus parallelis planis ſecaretur navis, ex illiuſmodi interſectionibus cum navis ipſius ſuperficie curvæ variæ orirentur. Sed utcumque ſit, ne inveſtigationes in immenſum creſcant, ſectione quadam, veluti mediâ, contenti eſſe debemus.

Non autem ignoro, à doctiſſimis viris, pro hujuſcemodi ſectione, figuram ortam ex combinatione duorum circuli ſegmentorum eſſe uſurpatam; egregiaque inde Theoremata dimanaviſſe. Nihilo tamen minus, cum illius figuræ extremitates arctæ valde ſint, ſimileſque inter ſe, contra ac in navibus obſervatur; cogitavi, num daretur quæpiam alia ex curvis (ut ita dicam) facilibus, circuli loco, ſubſtituenda. Viſumque mihi eſt, parabolicum ſegmentum magis quidem ad figuram ſectionis navis accedere poſſe. Rem autem in

Apollonianâ Parabolâ tentari posse existimo: quamvis enim semiparabola altior, ut (causa exempli) ea, quæ exprimitur per $aax = y^3$, in hujusce comparationis experimento adhibenda fuisset; non tamen intererat, namque inde ad rem nostram nimium implicata perveniebat æquatio.

Itaque, rei tentandæ causâ, assumatur pro longitudine navis secundum carinam (Fig. 7.) AB partium, exempli gratia, 120; eique divisæ bifariam in D ponatur normalis DC partium 18 pro dimidia navis latitudine; & ab extremitate A erigatur AR partium 16 pro latitudine dimidiæ puppis: deinde vertice B describatur Parabola, quæ transeat per puncta C & R; eritque segmentum $BCRAB$ id quod navis sectionem posset repræsentare: & curvæ BCR, tamquam ad axem BA relatæ, æquatio exprimetur ita: $bu - cz = \frac{b}{g} uu + \frac{b}{h} uz + \frac{b}{p} zz$.

Porro si ea uti vellemus figura, rectas haberemus lineas BD, DA, DC, AR, BC, BR; ut etiam Parabolæ proprietates, functionesque; ac præterea triangula SCD, ZRA, BSE, BZP similia inveniremus. Assumpta vero qualibet curvæ particula dt, ductisque ordinatis tum ad BA, tum ad parabolæ axem BP, differentiæ coordinatarum ad BA cum differentiis coordinatarum ad BP assumi possent tamquam in ratione constanti. Et quamvis, ubi curvæ æquatio plures habeat terminos, peractis substitutionibus in formula nostra $\int gdt$, &c. in Articulo VIII. proposita, termini quoque plures occurrere debeant (quod tædium parit) neque facile futuri sint termini omnes integrabiles (quod difficultatem ingerit) datum tamen est, seriebus adhibitis, numeros convenientes reperire. Quin, proprietatum functionumque Parabolæ subsidio, operationes nonnullæ compendio majore perfici possent.

Sed, notionibus hisce non neglectis, lubet tamen curvam ex eodem genere ita describere. Linea (Fig. 8.) DG datæ magnitudinis accipiatur pro longitudine navis secundum carinam, cui applicatæ sint (causa exempli) tres lineæ DC, PE, SF. Assumatur æquatio $au = bz + guu + uz$;

in qua u exprimat abſciſſas GS, GP, &c. z vero applicatas SF, PE, &c. Tum conſtituatur, eſſe DG (hujuſce exempli gratiâ) $= 100$; & ubi $SG = 12$, ibi itidem applicatam SF eſſe $= 12$: ubi $GP = 50$, ibi applicatam PE eſſe $= 14$: ubi $GD = 100$, ibi applicatam $DC = 10$: quamobrem tres prodibunt æquationes, ex quibus elicientur valores conficientium a, b, g, & aſſumpta æquatio illa tranſmutabitur in numericam hanc $1780u = 700z + guu + 81uz$: qua adhibitâ, etiam per puncta (facilitatis gratiâ) curva $CEFG$ conſtrui commode poterit. In hac autem erit Maxima Applicata ubi $u = -\frac{700}{81} + \sqrt{\frac{105336000}{59049}} = 33\frac{5}{8}$ circiter; eritque huic conveniens z, hoc eſt, Maxima Applicata $= 14\frac{1}{2}$ circiter. Quamvis autem hinc fiat, ut linea maximæ latitudinis navis non tranſeat per punctum P, quo carinæ linea bifariam dividitur; differentia exigua tamen eſt, & tantum $\frac{1}{28}$ totius latitudinis. Atque inſtitutâ etiam comparatione cum duabus navium perite delineatis ſectionibus, noſtram illam curvam ſatis comprobari deprehendi. Sed aliis quoque rationibus pro applicatis illis uti poſſemus: & proræ extremæ partem exiguam pro recta habendo, res alio quoque modo perfici poteſt. Sed ſufficit oſtendiſſe, ad ſimilitudinem formæ ſectionis navis, haud difficili æquatione perveniri.

§. XXI.

De principiis hactenus conſtitutis aptandis ad conſtructionem Tabularum, ex quibus itineris navi confecti haberi poſſit æſtimatio.

AD hujuſmodi Tabulas conſtruendas, data ſit oportet navis figura, uſurparique poteſt ea ſectio, de qua ideo ſupra dictum fuit; ſeligendæque ſunt, pro lineis (Fig. 8.) DG, DC, PE, SF, proportiones illæ, quæ inter varias meliores intermediæ eſſe videantur. Dari etiam debet navis pondus, ſive Maſſa (ut eam ideo jam adhibuimus) qua tamen in re illud facilitatem aliquam pariet, quod totius navis maſſa

computari poteſt ceu æqualis aquæ æquanti mole ſua partem navis ſubmerſam. A litteris autem a, b, c, f, g, p, quas ſuperius uſurpavimus, ut formulam noſtram (hunc in finem) conſtrueremus, cum indicentur quantitates datæ conſtanteſque, difficultas nulla creari poterit. Ac, pro littera e (de qua ſupra diximus) lubebit, perexiguam quamcumque quantitatem aſſumere.

Itaque, pro datâ ſectionis Navis figurâ, & pro gradu quolibet inclinationis lineæ (Fig. 6.) GF ad AD (hoc eſt anguli FGD) exhibita jam (in Art. XIX.) Formula conformetur, eaque ad integrationem adducatur. Tum pro u adhibeatur velocitas, qua (causâ exempli) navis unâ horâ (ſecundùm directionem illam) ſex milliaria percurrit, & habebitur angulus SNH directionis vis impellentis; ratio autem, inter Parallelogrammi Motus latera & ejuſdem diagonalem, indicabit rationem impreſſionis, qua navis agetur. Quæ omnia, convenientibus numeris expreſſa, ita in ordinem redigentur; ut ſi pro dato angulo detur unum ex iiſdem, reliqua eidem reſpondentia præſto ſint futura.

Quoniam vero & infinitæ velocitates ſunt, quæ in Tabulis omnes exprimi nullo modo poſſunt; & ex mutatione velocitatum oriuntur directionum quoque mutationes (ut in Art. XIX. dictum eſt) iccirco ad quemlibet gradum pro tribus vel quatuor variis velocitatibus computatio modo indicata eſſet repetenda: ut cuique gradui ter vel quater aſſumpto, tres etiam vel quatuor numerorum ſeries reſponderent. Ex quibus, aut pro reliquis velocitatibus numeri, aut pro numeris velocitates reliquæ, ubi poſtularet occaſio, proportione invenirentur.

Satis itaque, nî fallor, apparet quale ſit opus hujuſmodi, & quam longum, neque inconſulto aggrediendum: tentans tamen rem non unum compendium inveni, quo imminui aliquantulo poſſit labor. Nec ſane prætermittendum laborem reputabo, ſi longior conſideratio, vel quodpiam lumen aliud, mihi commonſtret, tantum in iis principiis, quæ tradidi, ſoliditatis, tantum in Tabulis utilitatis ineſſe, quantum ego reor.

Aſt multa fuere quæ ego propoſui! ſed prorſus ego exiſtimo, pauciora eſſe non poſſe principia adhibenda, ut concinnentur ejuſmodi Tabulæ, ex quibus utilis uſus ad itinerum navi confectorum menſuram dignoſcendam poſſit promanare.

PARS TERTIA.

De tutioribus artificiis ad menſuram itineris navi confecti inveſtigandam.

§. XXII.

De navis itinere æſtimando, funiculi ope, ut Anglica fert praxis.

PAratur lignum figura naviculæ præditum, longitudinem habens unius circiter pedis, latitudinem pedis dimidii, inſerto gravatum plumbo; & huic annectitur funiculus diſtinctus pluribus nodis, qui inter ſe hexapedarum quinque vel ſex intervallo æquidiſtent. Funiculus vero hic glomeratur circum ligneum cylindrum volubilem, ut facilius deglomeretur, ubi transfertur ad uſum, qui hujuſmodi eſt.

Projicitur navicula in mare; &, ſi experimentum ſumma in puppi inſtituatur, ſinitur ut ad quatuor vel quinque nodos pertinens funiculus deglomeretur, cujus longitudinis nulla habetur ratio. Tum, quo temporis puncto primus adhibendus nodus a cylindro exit, invertitur clepſydra æquans, arenæ ſuæ fluxu, dimidiam ſexageſimam horæ partem, hoc eſt, dimidium primum horæ minutum: numeranturque ii, qui integri clepſydræ fluxus tempore deglomerantur, nodi; ex quibus conſtat de funiculi longitudine hexapedis expreſsâ. Itaque inſtituitur analogia hæc: ſi tempori minuti dimidii reſpondet funiculi longitudo (causâ exempli) quinquaginta hexapedarum, minutis centum & viginti (nimirum integræ horæ) ſex hexapedarum millia reſpondebunt: atque hujuſmodi

esse navis iter, si idem perseveret navis cursus totâ horâ, computatur.

§. XXIII.

De praxis modo descriptæ incommodis.

PRincipio certum est, funiculi partem, ab ultimo puncto, in quo funiculus aquam tangit, ad summum puppis, quò idem pertingit extensam, accommodari ad catenariæ curvaturam. Quod si etiam ea funiculi pars pro rectâ assumeretur, mensura tamen distantiæ navis ab ultimo illo puncto, cum computanda sit prope aquam, considerari debet ceu latus trianguli rectanguli, cujus trianguli latus aliud est altitudo puppis supra mare, hypotenusa vero commemorata modo funiculi pars.

Navicula vero & funiculus, aquæ innatantes, a fluctibus agitabuntur, idque non sine aliqua funiculi curvatione continget.

Et quando navis iter rectum non erit, sed per curvam lineam centrum navis incedet, funiculus, demissus in mare ab eadem jugiter navis parte, ad viam navis, hoc est, ad curvam lineam, accommodabitur: cum certe rectâ dirigi deberet.

Sed etiam fluxus aquarum multos in mari esse, magnâ alicubi vi pollere, alicubi quasi latenter agere, temporibus aliis augeri, aliis imminui, nautarum nemo ignorat. Necessario igitur continget, ut navicula & funiculus a fluxibus hisce secundùm proprios cursus transferantur; quamobrem augebitur vel imminuetur funiculi longitudo prout navicula recedet a navi, vel ad ipsam accedet: cum tamen ad optimam observationem instituendam necessarium prorsus foret, ut navicula immota perstaret.

Præterea, cum tota experientia hæc ad brevissimum tempus exigenda sit; sive clepsydræ, sive (ut aliis placet) pendula adhibeantur, vix fieri potest, ut, dum tempus destinatum observationi incipere, vel desinere computatur, haud raro non

non irrepat error aliquis; quodammodo enim de momentis judicium ferendum eſt.

Quod ſi tantùm ſingulis horis experimenta inſtituantur; inter unum aliudve tentamen eæ velocitatis navis mutationes contingere queunt, quæ prorſus fallaces reddant æſtimationes.

Quin cuncti errores ſupra recenſiti, in minuti dimidii obſervationem illabentes, centies & vicies in æſtimatione pertinente ad integram horam augerentur. Porro hæc omnia paulo fuſius perſecutus ſum; quia ſi ab hiſce incommodis purgari poſſet artificium hoc, id certe utiliſſimum foret, & ad propoſitas indagandas menſuras magna cum utilitate perduceret.

§. XXIV.

De incommodis ſupra recenſitis, partim minuendis, partim tollendis.

PRimæ difficultati originem ab altitudine puppis trahenti, plurimum medetur funiculi portio illa, ante numerationis initium deglomerata, de qua in Art. XXII. dictum eſt: ita enim fit, ut funiculi pars, a puppi ad mare oblique pertingens, ſit computanda in portione hac, non in ea, cujus numerantur nodi. Quamvis autem illa quoque pars, ut ut ſub menſurâ non cadat, ſit curvaturis & motibus maris obnoxia, & quodammodo initium errorum portionis, quæ uſui eſt; ſi tamen errores illi removeri poſſint, non amplius damnum a portione primum deglomerata proveniet.

Difficultates ſecunda, tertia, & quarta ad unum veluti genus referendæ ſunt; cum omnes ab irregularibus motibus funiculo & naviculæ impreſſis oriantur. Qui motus cum vitari non poſſint, tentandum eſt, ut ipsâ in obſervatione perſpiciantur; quamobrem, eorum cognitione adhibitâ, recte & ordine ipſa deinde emendetur obſervatio. Putarem itaque, nodorum loco, adhiberi utiliter poſſe trocheolas ex ſubere; per quarum foramina, ſecundùm axes earum inſculpta, pertranſiret funiculus arcte; duobuſque nodis in funiculo, prope faciem utramque

trocheolarum factis, hæ detinerentur æqualibus inter se dissitæ intervallis. Præterea addi vellem quatuor vel quinque tenuiores funiculos longitudinis hexapedarum (puta) quatuor æquis distantes portionibus; qui unâ extremitate annecterentur priori illi funiculo; alteri vero eorum extremitati alligatus esset globus, diametro pollicum quatuor circiter, ex ligno ejus gravitatis, ut mergeretur parte dimidiâ, formatus.

Ita enim fiet, ut extantes subereæ trocheolæ, quarum a summo puppis observari poterunt positiones, indicent funiculi curvaturam; qua visâ, de distantia secundùm rectam lineam, hoc est, de curvaturæ subtensâ facile erit judicium. Globi autem in specie (ut aiunt) minus graves dimidiâ parte, quam navicula, fluxui aquæ marinæ magis obtemperabunt, atque ex eorum directione, de directione fluxus conjectura ducetur. Video tamen futurum, ut fluctus & venti agant in trocheolas globosque: sed quod attinet ad illas, si hinc major vel minor curvatura nascetur, major etiam vel minor subtensa esse judicabitur; & quod ad globos spectat, si nullus erit maris fluxus, hi videbuntur fluctibus & ventis prorsus obsecundare; si fluxus aliquis erit, quamvis non omnino globi ab hoc rapientur, sentient tamen hujus vim, & ex motu impresso non modo a fluctibus & ventis, sed etiam ab aquarum fluxu tertius sæpe orietur motus, qui viæ fluxus aliquod afferet indicium. At interdiù tantùm perspici poterunt in aqua innatantia illa ligna. Verum quidem est: sed ita hoc ad plurium experimentorum emendationes subsidium meliori temporis parti inserviet; & inde etiam datum erit de reliquis cautius cognoscere.

Sed ad rem ipsam redeundo: cum navicula ab extraneis impressionibus cogetur contra navim, tunc majus fiet funiculi curvamen, minorque æstimabitur subtensa: cum vero navicula a contrariis impressionibus cogetur a navi recedere, tunc magis etiam cogentur ipsâ leviores trocheolæ; atque inde crispatus funiculus recessum illum indicabit. In intermediis impressionibus modo intermedio res se habebit: indiciaque hæc a globorum directionibus fient clariora.

Pro temporis vero menſurâ, horologio inſtructo rotis & elatere, cujus index pollicum trium, dimidii minuti tempore, integrum gyrum perficiat, utendum eſſe reor. Si enim horologio ad longum dimetiendum tempus (ut perſcrutarentur, causâ exempli, longitudines) opus eſſet, difficultates notas illas plane viderem : at vel in mari tam exigui temporis dimenſio apte a propoſito horologio præſtari poterit : atque in tam amplo gyro initium & finis obſervandi temporis manifeſtiſſime apparebit.

Nil autem facilius, quàm bis unâ horâ experimentum hoc ſumere ; ita enim mutationum periculum, quod ex intervallo inter duo tentamina oriri poteſt, plurimum minuetur.

Tandem qui errores, ex minuti dimidii obſervatione in integram horam traducti, maxime poſſent augeri, contrariâ ratione, adhibitis emendationibus, attenuabuntur. Quibus omnibus fiet ; ut hoc, ad metiendum iter navi confectum, artificium quàm facile, tam aptum, aptius reddatur, atque conducibilius ad id, quod inquirere propoſitum eſt.

§. XXV.

Novum artificium pro navium velocitate æſtimandâ proponitur.

RES hæc, cum ſine ſtellarum obſervationibus ſit peragenda, non melius, quàm inſtrumentis machiniſque perfici poſſe videtur. In quibus tamen, propter navium agitationem, illud in primis animadvertendum eſt, ut ſimplices ſint, faciliſque uſus. En autem Machinæ noſtræ deſcriptio.

GZ (Fig. 9.) eſt columella parallelepipedæ figuræ, ſatis craſſa atque ſolida, deſinens in partem *ZY* cylindraceam : punctis in Figurâ adumbrata eſt pars hæc.

MNO eſt lignea baſis, quæ quatuor cochleis per imum ſcapum *NDO* trajectis firmiſſime connecti debet cum tabulato in eâ navis parte, in qua machina adhibebitur. Ideo autem columellæ pars *ZY*, quæ in hanc baſim inſeritur,

teres facta est; ut, ope ansarum *K* & *L*, ipsa columella torqueri possit in gyrum.

CBE est regula metallica circa axem insertum in columellam ad *B* perfecte volubilis, instructa semicirculo *ESN*, cujus limbo insculpti gradus. Ad extremum autem *C* regulæ ejusdem, quod in ampliorem figuram extenditur, superpositum intelligatur haud exiguum pondus. Semicirculi diameter, & margo *t m* portionis regulæ, congruunt cum una eademque linea recta; in qua etiam sunt centrum *B* circumvolutionis regulæ, & centrum *a* semicirculi.

AFB est circuli quadrans cujus centrum in *B*, & cujus superficies in eodem plano est cum columellæ facie *GZ*, & cujus sunt in limbo signati gradus.

a c est funiculus, hujusque una extremitas centro *a* semicirculi *ESN* firmiter (ut ita dicam) infixa est: altera vero extremitas connexa est cum globo *Q*.

Quod vero attinet ad harum partium mensuras, pars *BE* longitudinis duorum pedum, pars *BC* pedum trium & amplius, diameter globi *Q* uni pedi æqualis, esse possent; &, ne nimius sim, reliquæ ipsius machinæ partes (præter funiculum, de quo dicetur infra) partibus Figuræ possent proportione respondere. Sed plurimum in hujuscemodi determinatione tribuendum erit experientiæ, qua duce ad utiliores magnitudinum partium rationes pervenietur.

§. XXVI.

Jam descriptæ Machinæ usus exponitur.

FIrmetur cochlearum ope machina in navis situ, ex quo globus *Q* projici in mare faciliter possit: quò autem humilior erit situs, hoc est, quò centri *a* altitudo supra summam superficiem maris minor erit, eò aptius ad usum machina erit collocata. Poni itaque posset e regione alicujus ex iis humilioribus fenestris, quæ bellicis tormentis excipiendis inserviunt. Eâ constabilitâ, projiciatur in mare globus *Q*; atque tanta sit funiculi *a c* longitudo, ut ejus pars ad super-

ficiem maris accommodetur, & trahi globus commode possit. Columella autem circumvolvatur usquedùm funis parum distet à semicirculi limbo.

Dum machina unà cum navi progredietur, trahetur globus *Q*, cui resistet aquæ *RTXV* columna, basim habens æqualem maximo globi circulo. Tantaque erit velocitas navis, quanta velocitas globi, & quanta etiam (si nihil extrinsecus accedat) velocitas aquæ globo resistentis; cum perinde sit, sive globus incurrat in aquam, sive aqua in globum. Itaque, si ope machinæ cognosci poterit velocitas aquæ, cognoscetur etiam navis velocitas.

Patet autem, fieri oportere, ut ab aquæ resistentia contra globum trahatur funiculus, & ab hoc regula *CE*, quæ accommodabitur ad eum angulum, ut æquilibrium fiat inter vim aquæ resistentis, & pondus extremi regulæ *C* (cujus regulæ, dempto pondere *C*, partes supra *B* & infra *B* æqualium momentorum esse velim). At ubi fiet æquilibrium, pondus *C* ad resistentiam aquæ, hoc est ad actionem globi *Q* ita se habebit (quod ex mechanicis theorematis liquet) ut linea *BI* perpendicularis funiculo *ap* ad *BP* perpendicularem lineæ *CP*, quæ *CP* est perpendicularis horizonti, atque transit per centrum gravitatis ponderis *C*.

Sed ratio inter *BI* & *BP* data est. Namque anguli *aBI*, *Bap*, simul sumpti sunt æquales uni recto; itidem æquales uni recto anguli *Sap*, & *Bap*; quare dempto communi angulo *Bap*, remanet angulus *Sap*, qui ex observatione limbi semicirculi notus erit, æqualis angulo *aBI*: itaque in triangulo rectangulo, cujus cognoscitur hypotenusa *Ba*, & angulus *aBI*, cognoscetur etiam latus *BI*. Pari modo in triangulo rectangulo *CPB* ex data hypotenusa *CB*, & observato angulo *CBP* elicietur latus *BP*.

Modo ex iis, quæ in Art. XV. dicta sunt, ostendi potest, vires aquæ resistentis futuras esse in duplicata velocitatum ratione: ergo, ubi ex noto pondere *C* notæ fient vires aquæ resistentis, nota fiet etiam ratio inter velocitates, quæ erunt (ut modo diximus) in subduplicata ratione virium earumdem.

Si igitur nonnullæ vires, & iisdem respondentes velocitates ab experimentis (habitis tempore satis tranquillo, & in maris locis ab aquarum fluxu immunibus) notæ fiant, reliquæ etiam velocitates ex observationibus, atque ex analogia cognoscentur. Quin, facili ratione, construendæ essent, ad plurium angulorum combinationes, Tabulæ, quæ in actione ipsâ pro simplicis usus commoditate haud exiguum momentum haberent.

§. XXVII.

Observationes nonnullæ ad usum descriptæ machinæ pertinentes.

NIhil dicam de retardatione, quam navis cursui afferre possit globus *G* illius motui resistens: navis etenim magnitudo, cum magnitudine globi comparata, satis evincit, illiusmodi retardationem pro nihilo posse reputari. Nihil pariter adjiciam de velorum mutationibus, aut de eorum aucto numero, vel imminuto; de quibus nec supra verbum ullum feci. Res profecto in immensum cresceret, si singuli (ut aiunt) casus essent persequendi. Sed res ipsa abunde ostendit, pro variis mutationibus varium judicium a prudenti æstimatore esse ferendum.

Illud vero non prætermittam, quod funiculus *ac* juxta lineæ rectæ extensionem haudquaquam directus erit; sed, vi propriæ gravitatis, ad curvam semetipsum componet. Cum tamen actio contra punctum *a* proventura sit quasi per curvæ tangentem spectantem ad ipsum curvæ initium, & exigua funiculi portio *ap* pro eadem tangenti haberi queat; fiet inde, ut ex eadem *ap* mensuram anguli *Bap* sumere liceat. Resistentiæ autem globi *Q* etiam parva illa resistentia portionis funiculi aquam radentis, & gravitatis portionis funiculi extra aquam extantis, in supputationibus erit addenda. Curandum tamen erit, ut firmus quidem, sed quàm minime fieri possit gravis, funiculus adhibeatur.

Insuper dissimulandum sane non est, futurum ut vel in

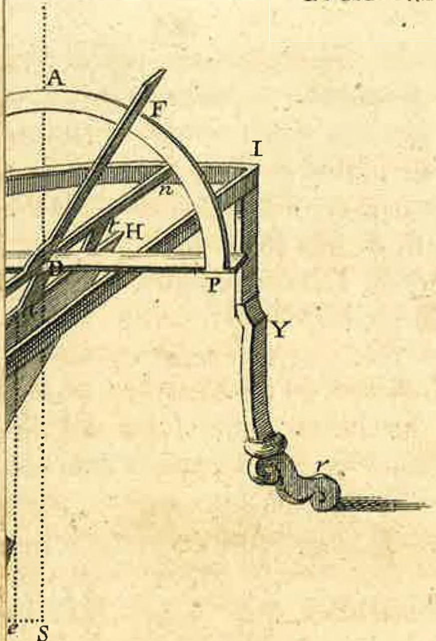
hujuſce Machinæ uſum, inordinatæ navis, fluctuum, & maris motiones perturbationis aliquid inducant: quandoquidem (ut ante dictum jam fuit) nequeunt illiuſmodi motiones declinari: ſed quod attinet ad navis & fluctuum agitationes, hæ quidem efficient, ut ſæpe funiculi portio *ap*, & regula *CE* quodammodo oſcillentur: ſed nihilo minus partes illæ conſtanter recurrent ad eum ſitum, quem reſiſtentiæ aquæ vis requiret, & opportunos quæſitos angulos commonſtrabunt.

Motiones, quæ negotium faceſſere poterunt, a marinis provenient fluxibus, qui navis motui obſecundantes, minorem reddent aquæ contra globum reſiſtentiam; & adverſantes navis motui, eamdem augebunt. Quando tamen fluant maris aquæ, ac quando non fluant, propoſitæ machinæ uſus facilius indicabit. Nam ſuapte natura globi *G* tractio erit ejuſmodi; ut, quando nihil extrinſecus agat, ſemper funiculus parallelus ad viam navis (quæ aliunde proxime cognoſcetur) futurus ſit: &, quando ſola agitatio navis ac fluctuum vim exerceat, funiculus identidem, imo ſæpe, ſit (ut paulo ſupra indicatum eſt) rediturus ad eum ſitum, quem aquæ reſiſtentia requirit. Quamobrem, ſi directio fluxus maris eadem non ſit ac navis directio, tranſverſim agetur globus *G;* atque ita, cum a via navis globum ipſum deviare cognoſcetur, id maris fluxuum indicio erit. Quod ſi vero fluxuum directio eadem ac navis ſit, cum haud raro navium itinera inflectantur; fiet, ut ex nova directione navis, & ex ea aberratione globi, quæ conſequetur, maris fluxus manifeſtentur.

Porro, quando (ut ita dicam) latentes ſunt maris motus, noviſſe, ejus machinæ ſubſidio, navigationem ibi fieri, ubi maris fluxus agunt, haud ſpernendæ erit utilitati; quin adhibita etiam navicula (de qua in Art. XXII. & ſeq. dictum eſt) ex hujuſce & illius obſervationibus plura de directione atque viribus fluxuum notiora fient. Et ſane, cum globi uſus ferat ut hic moveatur, naviculæ ut hæc quieſcat, de comparatione utriuſque artificii nonnulla dici poſſent; ſed ſufficiet tum uſum machinæ, tum comparationum commoda indicaviſſe. Hoc unum addam, in propoſita machina illud

quoque inesse emolumentum, quod ejusdem usus haberi queat ceu perpetuum experimentum: cum, semel demisso globo, & machina prout requiritur conversa, observationes ad arbitrium institui possint. Concludam itaque ad mensuram itineris navi confecti valde conducere posse cognitionem virium venti, de qua in Artic. XI. dictum est, valde itidem conducere posse Tabulas industrie elaboratas quibus directio impressionis vis impellentis navim, & directio navis ipsius & velocitas hisce conveniens, & partes reliquæ de quibus in Art. XXI. dictum est contineantur; plurimum vero conducere posse Machinam paulo supra descriptam (indicantem navis velocitates ex quibus confectorum navi itinerum mensuræ resultant) quæ Machina experientia perficiatur, & ejus usus identidem comparentur cum observationibus habitis ope naviculæ, & funiculi (de quibus in Art. XXII.) adhibitis tamen iis cautionibus quas in Art. XIII. exposuimus.

FINIS.



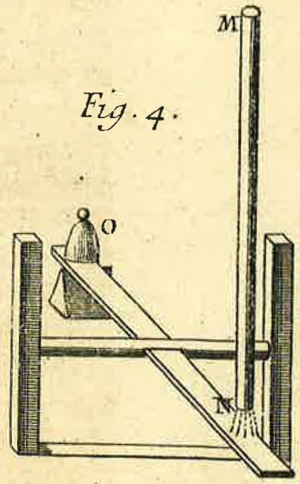


Fig. 4.

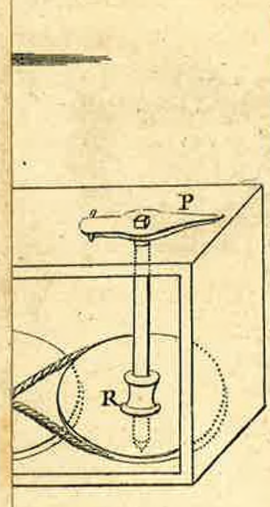
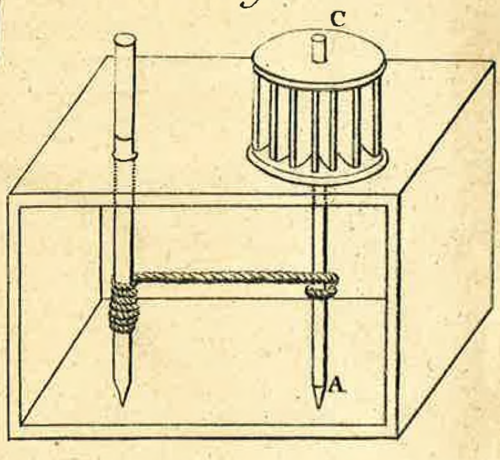


Fig. 1.



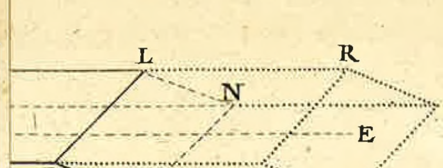


Fig. 5.

P.e Simonneau Sculp.

Fig. 3.

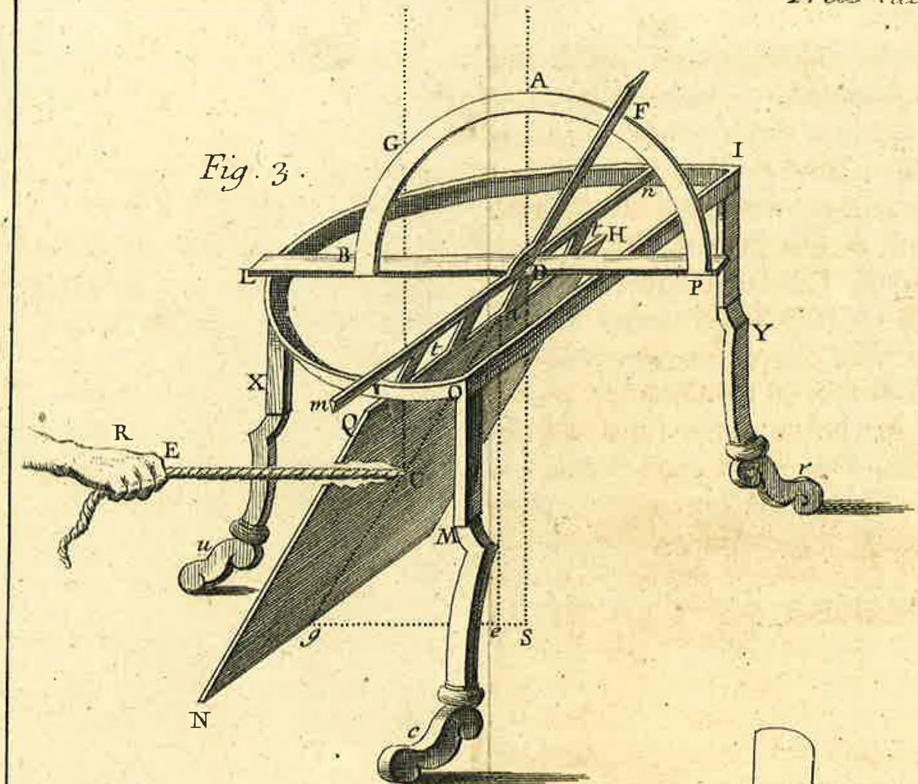


Fig. 4.

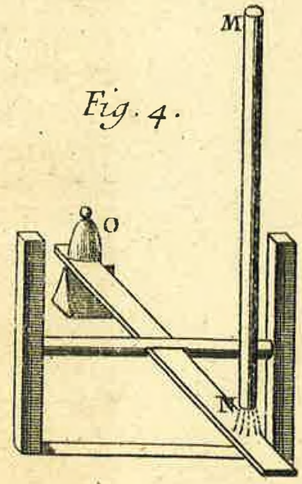




Fig. 1.

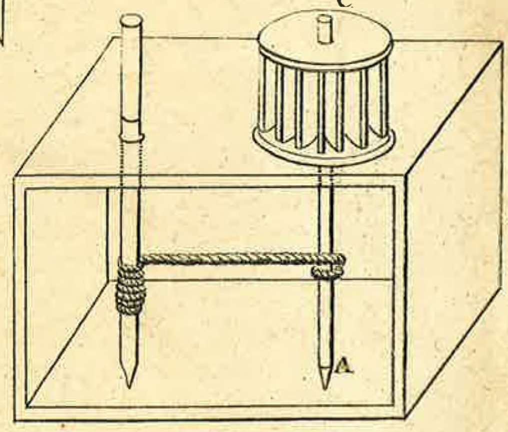
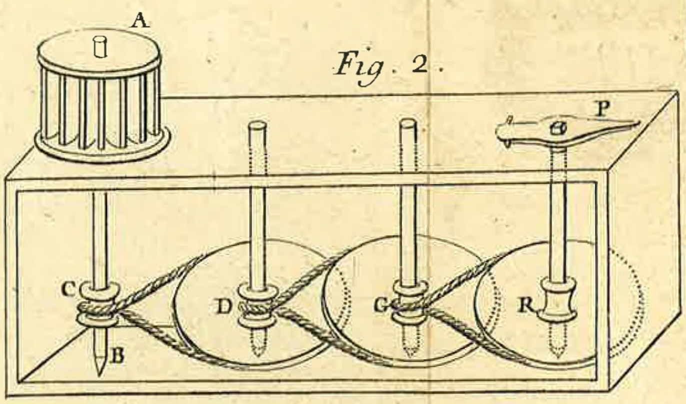


Fig. 2.



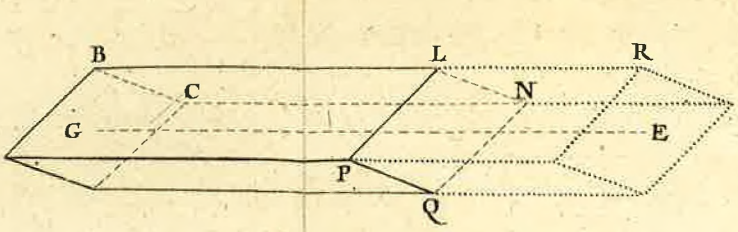


Fig. 5.

Ph. Simonneau Sculp.

Fig. 8.

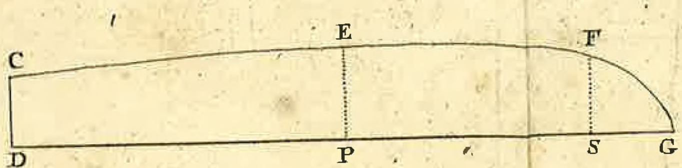


Fig. 6.

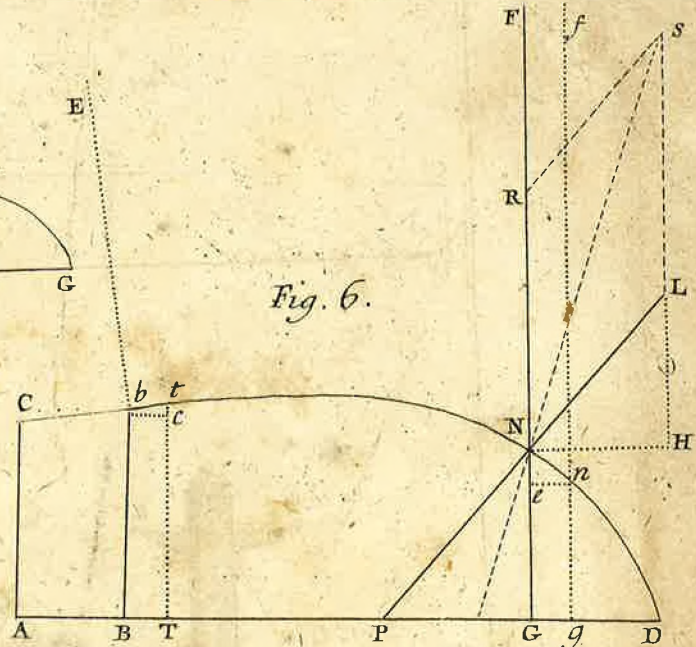
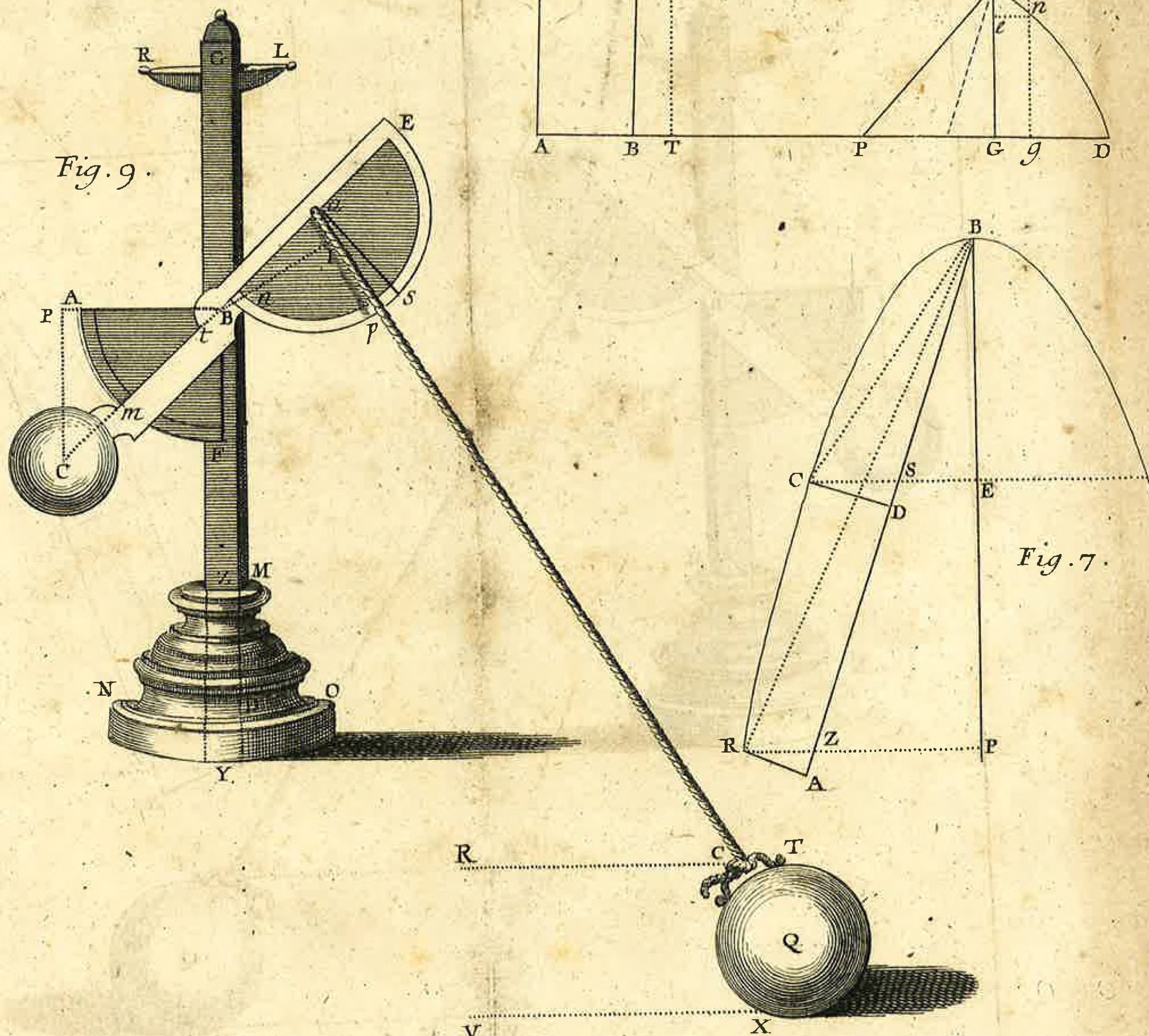


Fig. 9.

Fig. 7.



Ph. Simonneau Sculp.